Bundeswettbewerb

Mathematik

Aufgaben von Schülern für Schüler

Ein Sonderwettbewerb zum Jahr der Mathematik 2008

Im Folgenden werden die von der Jury ausgewählten Aufgaben vorgelegt. Diese sind alphabetisch nach dem Namen der Verfasser geordnet.

Bei der Abschrift der Aufgabentexte wurden Formulierungen und Gestaltungen weitgehend übernommen. Insbesondere wurden graphische Teile meistens im Original übertragen. (In wenigen Fällen war durch die Grafiken beim Seitenwechsel eine leichte Änderungen in der alphabetische Reihenfolge angebracht.)

Das Motto des Wettbewerbs hieß „Aufgaben von Schülern für Schüler". Die Leser sollen sich angesprochen fühlen und sich mit der einen oder andere Aufgabe beschäftigen. Wir reichen gern die Hinweise und Lösungsvorschläge an die Aufgabensteller weiter. Solche Einsendungen könnten auch in eine Broschüre aufgenommen werden, die aus ausgewählten Aufgaben und Lösungen der Wettbewerbsteilnehmer vielleicht entstehen wird.

Prof. Dr. Erhard Quaisser
(Vorsitzender der Jury)

Bundeswettbewerb Mathematik
Wissenschaftszentrum
Postfach 20 14 48
53144 Bonn

Wissenschaftsjahr 2008
Mathematik
Alles, was zählt

Bammert, Sandra 17 J (Kl.10), Gutenzell

Vorwort
Ich habe diese Aufgabe gewählt, weil ich sehr gerne Sudoku mache und schon selber welche gemacht habe.
Aufgabe
Füllen Sie die Matrix (mit 3×3 Felder) mit den Zahlen 0, 2 und 8. Innerhalb einer Matrix, einer Reihe und einer Spalte kommt die Zahl 0 genau fünfmal, die Zahl 2 zweimal und die Zahl 8 ebenfalls zweimal vor.

0							8	
0	8	8				2		
		2	0	0	8			
		8		2	0	0	8	
0	2				2			0
				8				0
			2	2				
0							2	0
0	2	0	0	8	8			

Bauermeister, Lukas 12 J (Kl.7), Haske

Drei Jäger gingen auf die Jagd. Da passierte ihnen ein Missgeschick. Als sie einen Bach durchwateten, ließen sie ihre Patronentaschen nass werden. Ein Teil der Patronen wurde dadurch unbrauchbar. Sie verteilten daher die noch brauchbaren Patronen unter sich zu gleichen Teilen. Nachdem jeder Jäger vier Schuss abgegeben hatte, besaßen sie zusammen noch soviel Patronen, wie nach der Verteilung jeder einzelne gehabt hatte.
Wie viele brauchbare Patronen verteilten sie untereinander?

Baumgart, Béla 11 J (Kl.6), Bordesholm

Acht Mannschaften nehmen an einem Fußballturnier teil. Die Mannschaften werden in zwei gleichgroße Gruppen aufgeteilt, in denen jeder gegen jeden spielt. Dazu gibt es ein Halbfinale und ein Finale. Die Spiele dauern jeweils 12 Minuten mit zwei Minuten Pause dazwischen. Das erste Spiel beginnt um 16:40 Uhr.

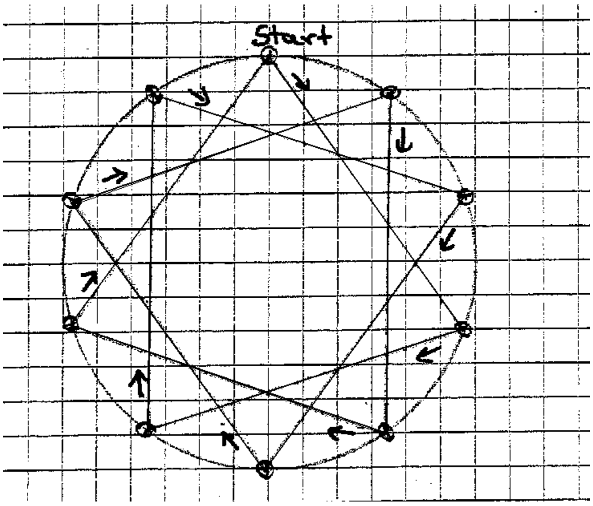
1. Wie viele Spiele werden ausgetragen?
2. Wann endet das Turnier, wenn in der Gruppenphase die Spiele der Gruppe 1 und 2 gleichzeitig stattfinden?
3. Wann endet das Turnier, wenn kurzfristig eine Mannschaft absagt?

Böker, Jan Oliver 17 J (Kl.11), Breckerfeld

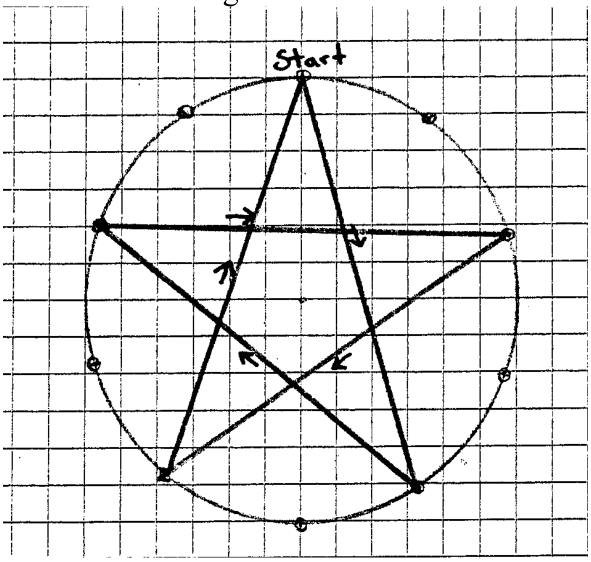
Welche Summe zweier natürlicher Palindrome ergibt den Wert 2008?
Hierzu ist eine offensichtliche Lösung 2002 plus 6. Gibt es weitere?

Bauspieß, Pia 12 J (Kl.6), Rheinstetten

Die kleine Julia hat in ein Holzbrett 10 Nägel kreisförmig in gleichem Abstand genagelt. Sie hat festgestellt, dass man, wenn man einen bunten Faden nimmt, ihn an einem Nagel festknotet und dann in fester Schrittweite, z.B. jeden 3. Nagel, weiterspannt, ein schönes Sternenmuster bekommt:

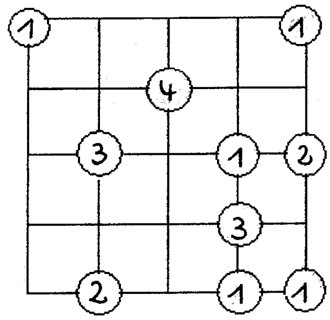


Wenn man aber jeden 4. Nagel nimmt, bekommt man auch einen Stern, jedoch kommt man nicht mehr an allen Nägeln vorbei:



Zu ihrem Geburtstag im Jahr 2008 schenkt ihr ihr Opa ein Brett mit 2008 kreisförmig angeordneten Nägeln.
Wie viele verschiedene Muster kann sie spannen, bei denen nicht alle Nägel eingespannt werden???

Bruzzi, Gregor-Maximilian 13 J (Kl.8), Sondershausen



Zeichne in jedes Feld eine diagonale Linie.
Die Zahlen geben an, wie viele Linien in dem betreffenden Punkt enden.
Die Diagonalen dürfen keine geschlossene Form bilden.

Hinweis: Es muss jedes Feld ausgefüllt werden.

Busch, David 10 J (Kl.5), Bad Honnef

a) Welches Viereck wird sich ergeben, wenn man die folgenden Koordinaten in ein Koordinatensystem (mit der Einheit 1 cm) einzeichnet und die Punkte verbindet?

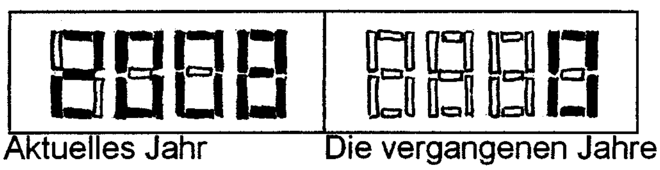
PunktC
x-Koordinate: $((49/7)\times(-4+6)\times2)/(-1+5)$; y-Koordinate: $((9:3)\times3)+8-5$
Punkt D
x-Koordinate: $((2+5)\times(9:3))/7$; y-Koordinate: $(3\times3+10)-9$
Punkt A
x-Koordinate: $(4\times9-6)/10$; y-Koordinate: $((3+4)\times(3-1))/7$
Punkt B
x-Koordinate: $(7\times3+(12-3))/10+4$; y-Koordinate: $(16/4+8)/3$.

b) Welchen Flächeninhalt hat das Viereck?

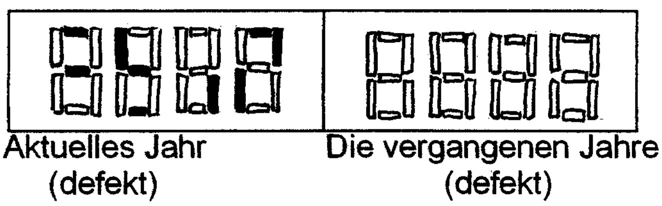
c) Wie oft passt der Flächeninhalt des Vierecks in die Zahl 2008?

Dittman, Lisa & Eyleen Krause beide 17 J (Kl.12), Beelitz

2008- das Jahr der Mathematik. Zu diesem Anlass wurde 2008 in Berlin eine Anzeigetafel aufgestellt, welche das aktuelle Jahr anzeigt und die Jahre zählt, die seit dem Jahr der Mathematik vergangen sind.
Beispiel Berlin 2008:



Im Laufe der Jahre sind einige Anzeigefelder aus gefallen, so dass die Tafel nur noch folgendes Bild zeigt:



Die Anzahl der vergangenen Jahre setzt sich aus den Ziffern der Jahreszahl 2008 zusammen.
Frage: In welchem Jahr befinden wir uns und wie viele Jahre sind seit dem Jahr der Mathematik 2008 vergangen?

Dörsam, Simon 19 J (Kl.13), Heddesheim

Die Zahl 2008 wird als *besondere* Zahl bezeichnet, da man diese als Produkt von einer Primzahl mit deren Quersumme darstellen kann. Ist es möglich, die Zahl 2008 als Summe oder Differenz von zwei besonderen Zahlen darzustellen?

Doubali, Benjamin 13 J (Kl.8), Reilingen

Paul will einen Kuchen ausschließlich nach Rezept backen. Er legt sich alle Zutaten zurecht und fängt an den Teig zu mischen. Eine Anweisung im Rezept beinhaltet 400 ml Milch zu dem Teig hinzuzufügen. Außerdem steht in der Anleitung, dass man die gesamte Milch auf einmal in den Teig geben muss. Aus Mangel an einem Messbecher oder sonstigem besorgt sich Paul zwei Schalen, von welchen er weiß, dass die eine (A) 700 ml und die andere (B) 500 ml fasst.
Was muss Paul tun, um mithilfe der Schalen 400 ml in den Teig zu füllen?

Förster, Lotta Johanna 12 J (Kl.7), Magdeburg

Mein Opa hat drei Hühner und einen Hahn Waldemar.
Das 1. Huhn, Emma, legt ein Ei und macht dann einen Tag Pause usw.
Das 2. Huhn, Frieda, legt an zwei Tagen hintereinander jeweils ein Ei und macht dann einen Tag Pause usw.
Das 3. Huhn, Lotta, legt an drei Tagen hintereinander jeweils ein Ei und macht dann einen Tag Pause usw.

a) In den Ferien fahre ich zu meinem Opa. Am ersten Tag, an dem ich ankomme, liegt abends kein Ei im Nest. Ich bleibe 14 Tage.
Wie viele Eier werden nach den 14 Tagen von den Hühnern gelegt?

b) In den nächsten Ferien fahre ich wieder zu meinem Opa. Ich werde am 1.07.2008 ankommen und ich weiß nicht, wie viele Eier abends im Nest liegen. Ich bleibe bis zum 20.08.2008.
Mit wie vielen Eiern kann ich mindestens bzw. höchstens bis zum Abend des 20.08.2008 rechnen?

Gassner, Justin 16 J (Kl.9), Augsburg

Es sei p eine ungerade Primzahl. Man zeige, dass dann gilt

$$p^2 \,||\, \sum_{i=1}^{p} i^p \,.$$

Hinweis. Das Zeichen $||$ bedeutet „*teilt vollständig*“, d.h. in der Primfaktorzerlegung des rechten Terms kommt genau zweimal der Primfaktor p vor.

Gianfelice, Tobias 11 J (Kl.6), Gevelsberg

Es liegen Streichhölzer auf dem Tisch. Daneben liegen große, normale und kleine Schachteln, aus denen diese Streichhölzer stammen.
Wie viele Streichhölzer liegen auf dem Tisch?

(1) Alle Streichholzschachteln zusammen, egal welche Größe, ergeben 44 Stück.
(2) Bei der kleinen Schachtel gibt es zwei Streichhölzer mehr als die entsprechende Schachtelzahl.
(3) Eine große Schachtel enthält viermal so viele Streichhölzer wie eine normale Schachtel.
(4) Es gibt mehr große Schachteln als kleine.
(5) Es gibt so viele große Schachteln wie Streichhölzer in einer normalen Schachtel sind.
(6) Eine normale Schachtel ist viermal größer als eine kleine Schachtel, beinhaltet aber nur das Zweieinhalbfache.
(7) Es gibt dreimal so viele normale Schachteln wie kleine.
(8) Die Anzahl der Streichhölzer in der kleinen Schachtel hat einen Unterschied von 12 Streichhölzern zu der normalen Schachtel.
(9) Wenn man die Anzahl der Streichhölzer aus der großen Schachtel durch zehn teilt, kommt die Anzahl der Streichhölzer in der kleinen Schachtel heraus.
(10) Es gibt zwei große Schachteln mehr als normale Schachteln.
(11) Bei der normalen Schachtel gibt es zwei Streichhölzer mehr als die entsprechende Schachtelanzahl.
(12) Die Anzahl der Streichhölzer in der kleinen Schachtel hat einen Unterschied von 72 Streichhölzern zu der großen Schachtel.

Grothnes, Steven 13 J (Kl.7), Karlsdorf

a) Herr Müller kauft sich 4 Kartoffelknollen. Diese pflanzt er ein. Er erntet das 4-fache der Knollen. Im nächsten Jahr kauft er wieder 4 Knollen und pflanzt alle Knollen ein. Dieses Prinzip wiederholt er mehrere Jahre.
Nach weiteren 4 Jahren geht er zu seinem Freund und sagt, dass er genau jetzt 2008 Knollen hat! Was meinst du?

b) Kann Herr Müller auf 2008 Knollen kommen, wenn er ganz am Anfang mit einer anderen Knollenzahl anfängt?
Gib mehrere Möglichkeiten an, wenn möglich! (Die Anzahl der Jahre ist unbestimmt!)

c) Herr Siemens hat 2008 Kartoffeln. Eine Hälfte pflanzt er ein, die andere verkauft er im Preis: 2 Kartoffeln für nur 0,4 €!
Wie viel Geld und wie viele Kartoffeln hat er nach 5 Jahren?

Habrich, Victor 9 J (Kl.5), Metzingen

Addiere die vorkommenden Zahlen (in Wörtern) in dem folgenden Text:

In 2008 ist Olaf schon oft Achterbahn gefahren. Seiner Schwester macht das Rechnen Spaß. Olafs Freund spielt gerne Klavier. In den Ferien machte Olaf eine dreiviertel Stunde vor Mitternacht etwas mit seinen Freunden aus. Sie lachten und hatten echt viel Spaß. Am Morgen beobachteten sie Vögel auf den Zweigen.

Hintz, Peter 16 J (Kl.13), Kaufungen

a) Es seien a, b und c positive reelle Zahlen. Man zeige, dass dann nicht alle Gleichungen
$ax^2 + bx + c = 0$ (I)
$bx^2 + cx + a = 0$ (II)
$cx^2 + ax + b = 0$ (III)
reelle Lösungen besitzen.

b) Es seien a, b und c die Seitenlängen eines Dreiecks ABC und mindestens eine der Gleichungen (I), (I), (III) besitze zwei reelle Lösungen. Man zeige, dass dann der Schwerpunkt des Dreiecks ABC außerhalb des Inkreises des Dreiecks liegt.

Hüttman, Jan & Fynn Adomeit (beide Kl.5), Oldenburg

Wir suchen vier Ziffern, bei denen alle aus ihnen gebildeten Zahlen (0 am Anfang möglich) aufsummiert 33330 ergeben. Dabei müssen jeweils alle 4 Ziffern genau einmal verwendet werden.
Die jeweils nächsten Quadratzahlen der gebildeten Zahlen sind: 2025, 2116, 2809, 8100, 7921, 7921, 764, 841, 289, 196, 25 und 81.

(*Hinweis*: Die vier Ziffern sind nicht notwendig voneinander verschieden.)

Janßen, Jokim 14 J (Kl.9), Breckerfeld

Ich habe mir eine vierstellige natürliche Zahl ausgedacht, die die Ziffernfolge a b b c hat. Gleiche Buchstaben bedeuten gleiche Ziffern, verschiedene Buchstaben bedeuten verschiedene Ziffern.
a) Wie viele Zahlen gibt es, wenn es wirklich vierstellige Zahlen sein sollen (a ungleich 0)?
b) Wie viele Zahlen gibt es, wenn zusätzlich die Quersumme 10 sein sollte?
c) Wie viele Zahlen gibt es, wenn außerdem $a = b + 2$ ist?
d) Welche Zahl kommt heraus, wenn dann noch $c = a \times 4$ ist?

Dies ist dann meine ausgedachte Zahl.

Kaul, Sebastian 20 J (Kl.13), Burgthann

Ist es möglich, die Zahl 2008 so in einzelne ganze positive Summanden aufzuteilen, dass all diese Summanden die gleiche Quersumme wie 2008 besitzen?
Falls ja, geben Sie ein konkretes Ergebnis an.

Kleiber, Christoph (Kl.5), Weilburg

Jürgen, Tamara, Uwe und Judith wohnen in München, Berlin, Hamburg und Essen. In allen vier Städten wohnt je nur eine der vier Personen. Finde mit folgenden Hinweisen heraus, wer wo wohnt.
1. Judith fährt von ihrem Wohnort oft zu ihrer Mutter nach Essen, aber nur selten zu ihrem Vater nach Hamburg.

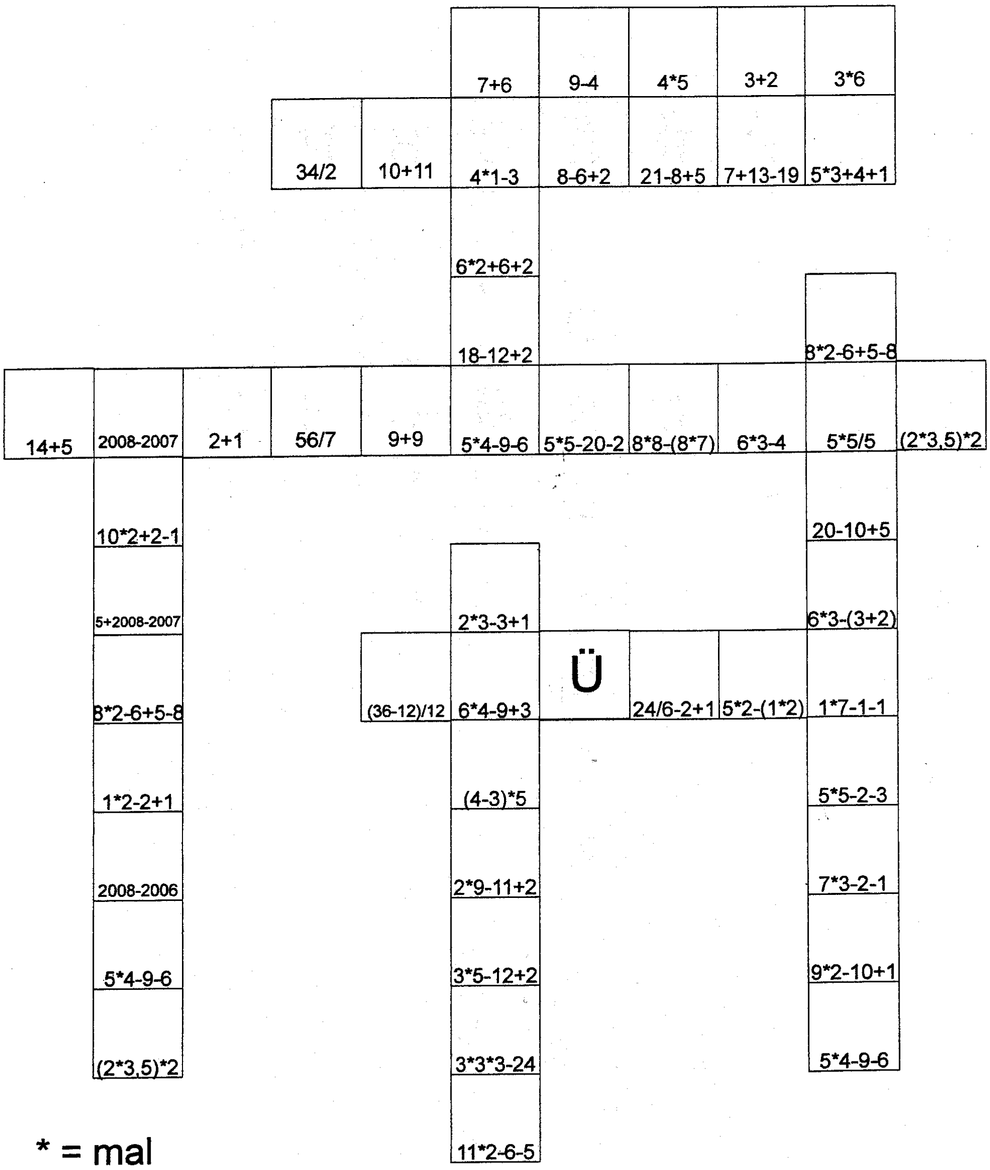
2. Jürgen war noch nie in München.
3. Tamara macht gerne Urlaub in Berlin und Hamburg.
4. Uwe trifft sich oft mit Judith in Berlin, aber beide wohnen nicht dort.

Klein, Kristina 12 J (Kl.7), Hamburg

Berechne 2008^{2008} mod 100 !

Kauls, Patrick 10 J (Kl.5), Nettersheim

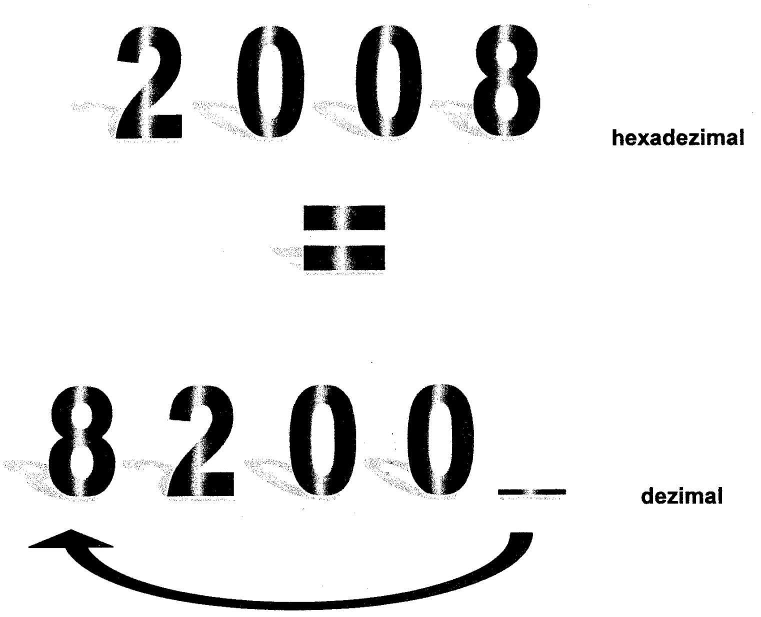
Löse das Rätsel!
Dabei ist in jedem Feld nach dem Alphabet A für 1, B für 2, C für 3, ... usw. zu setzen.



* = mal
/ = geteilt

Knappe, Sophia & Mathias Voitel (Kl.8), Schmölln

Betrachtet man 2008 als Zahl im 16-ner Zahlensystem (Hexdezimalsystem) und schreibt sie in das 10-er Zahlsystem (Dezimalsystem) um, so hat die entstandene Dezimalzahl die selben Ziffern wie 2008, nur in einer anderen Anordnung. Die letzte Ziffer (8) ist an die erste Stelle vorgerückt.



a) Zeige, dass diese Aussage wahr ist.

b) Hat es in der bisherigen Zeitzählung schon einmal eine Jahreszahl mit zwei gleichen Ziffern in der Mitte gegeben, die als Hexadezimalzahl aufgefasst bei ihrer Umwandlung in eine Dezimalzahl sich auch so verhält, dass sie die selben Ziffern hat und nur die letzte Ziffer an die erste Stelle rückt?

c) Gibt es in der Zukunft eine vierstellige Jahreszahl mit zwei gleichen Ziffern in der Mitte, die sich auch so verhält?

Knoll, Carina & Janna Winkel 15 bzw. 14 J (Kl.9), Hamburg

Die 4a war auf Klassenreise. Es ist der letzte Tag und alle packen. Im Zimmer von Tim, Julian, Chris, Finn und Lennart herrscht totales Chaos. Sie sortieren ihre Sachen, aber keiner weiß mehr, wem welche Socken gehören. Sie finden fünf Paar blaue, fünf Paar gelbe und fünf Paar rote Socken. Also haben sie alle drei Paar Socken mitgebracht ((5+5+5):5 = 3).
Sie versuchen sich zu erinnern.
Tim: „ *Ich hatte zwei Paar rote Socken*."
Julian: „*Ich hatte zwei Paar Socken mit der selben Farbe. Sie waren nicht blau*."
Chris: „*Meine Socken hatten alle die selbe Farbe*."
Finn: „*Ich hatte ein rotes Paar Socken*."
Lennart: „*Ich hatte ein rotes und mindestens ein gelbes Paar Socken*."
Frage: Welche Farbe haben Chris´ Socken?

Kohlruss, Tanja 13 J (Kl.8), Nottuln

Primus (p) trifft seine Freunde Quintus (q) und Rudolf (r). Er stellt fest:
„Wir sind alle drei Primzahlen und ich bin größer als Quintus, der größer als Rudolf ist ($p > q > r$). Wenn man unsere Zahlwerte in der Form $2^p - 2^q - 2^r$ einsetzt, kommt 2008 heraus.“

Welche Zahlen müssen eingesetzt werden, damit die Aussage von Primus stimmt?
Zusatz.
Wenn du den ersten Aufgabenteil gelöst hast, kannst du ja mal versuchen zu beweisen, warum nur diese drei Zahlen zur wahren Aussage führen.

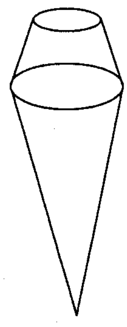
Köhnke, Jonas 10 J (Kl.5), Rotenburg

Eine Zahl heiße „*Summenzahl*“, wenn sie als Summe aufeinanderfolgender natürlicher Zahlen geschrieben werden kann.
Beispiele sind: 3 = 1+2; 2002 = 3+4+ ... + 74+75; 9 = 4+5 = 2+3+4
Gegenbeispiele sind: 2, 4; 8; 16 u.a.m.

Ist 2008 eine Summenzahl?
Wenn ja, notiere ihre „Summendarstellung(en)“! Wenn nein, begründe, warum es keine „Summendarstellung“ gibt.

König, Paul 16 J (Kl.10), Wörth

Ein Sammler geht auf einem Flohmarkt spazieren, Er sieht eine Amphore, die ihm noch in seiner Sammlung fehlt. Sie sieht wie folgt aus:



Der Preis von 200 € ist ihm aber zu hoch, Jedoch findet er einen Zettel an der Amphore, auf dem steht:

Füllst Du die Hälfte des Kegels der Amphore mit Wein,
soll die Amphore in drei Teile gegliedert sein:
Einer ist das volle Kegelteil und die anderen beiden frei,
das sind Kegelstümpfe zwei!
Und das tolle daran, fänd´ich,
die Kegelstümpfe sind identisch!
Der Wein in der Amphore 13,212 cm hoch steht,
bleibt an dich nur eine Frage was fehlt:
sagst du mir die Höhe dies´ Gefäß
und zwar auf zwei Nachkommastellen genau,
ich dich mit der Amphore ziehen läß,
und zwar gratis, das wäre schlau!

Nach kurzem überlegen geht der Sammler zum Verkäufer und sagt: „Ihre Amphore ist ... „ .
Ja und das sollst Du/ sollen Sie ebenfalls herausfinden!

Koschel, Lucas & Nico Rieger & Jakob Jacques & Elias Deitert & Marco Große
alle 11 J (Kl.5), Plettenberg

Pirat Pit will wissen, in welchem Jahr er ist.

Er findet eine Karte am Punkt -11| 9. Von das aus soll er zu Punkt -10| 10 und weiter zu Punkt -8|10 . Dann runter zu Punkt -7| 9. Anschließend muss der Pirat Pit zu Punkt -11| -2 und weiter zu Stab -7| -2. Dann muss er fliegen zu Stab -7| 4 und hochgehen zur den Koordinaten -5| 10 und weiter zu Punkt -1| 10. Anschließend runter zu 2| 4, dann zu Punkt -1| -2 und rüber zu Punkt -4| -2. Er muss wieder fliegen, und zwar zu Punkt 2| 4, dann muss er hochgehen zu Punkt 5| 10 , weiter zur Seite zum Punkt 8| 10, danach quer runter zu Punkt 11| 4. Anschließend wieder runter zum Punkt 8| -2, und weiter zur Seite zu Punkt 5| -2 und quer hoch zum Punkt 2| 4. Dann muss er fliegen zu Punkt 13| 4, dann hoch zu Punkt 11| 7 und weiter zu Punkt 13| 10 und rüber zu Punkt 16| 10. Weiter zu Punkt 18| 7 und runter zu Punkt 16| 4. danach muss er quer runter zu Punkt 18| 1, weiter zu Punkt 16| -2 und anschließend weiter zu Punkt 13| -2. Schließlich quer hoch zu Punkt 11| 1, weiter quer hoch zu Punkt 13| 4 und dann rüber zu Punkt 16| 4.

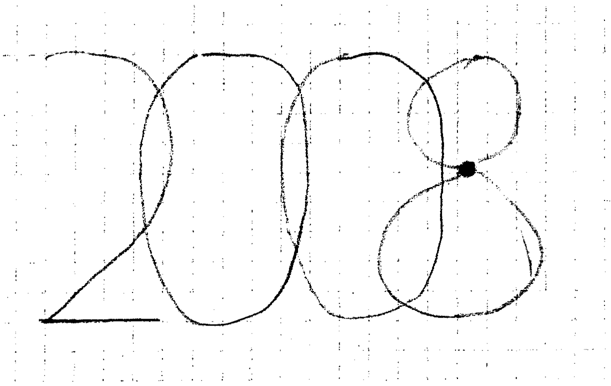
Dort findet er plötzlich eine andere Karte. Darauf steht die Jahreszahl, so wie du den Weg gegangen bist. Welches Jahr ist es?

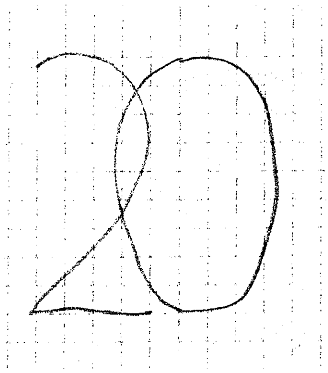
Krugmann, Valentin 11 J (Kl.5), Bergisch Gladbach

Ein Bergsteiger ersteigt einen steilen Berg. Der Bergweg ist 2008 Meter lang. Immer, wenn er zwei Schritte gemacht hat, rutscht er einen Schritt zurück (außer, wenn er den Gipfel erreicht hat). Seine Schritte sind jeweils 50 cm lang. Für einen Schritt braucht er zwei Sekunden.
a) Wie viele Schritte braucht er insgesamt, bis er endgültig oben ist?
b) Wie viele Minuten braucht er insgesamt?
c) Berechne so genau wie möglich, wie viele Stunden er braucht?

Kuper, Mio Jonathan & Rasmus Becker (Kl.6), Weimer

a) Versuch die abgebildete Zahl 2008 komplett nachzufahren, in einer Linie ohne abzusetzen und ohne Teilstrecken mehrfach nachzufahren. Ist das möglich?





b) Ist die Aufgabe möglich, wenn du am roten Punkt anfängst?

c) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, die dargestellte 20 in einer Linie nachzufahren, ohne abzusetzen und ohne Teilstrecken mehrfach nachzufahren?

Lackmann, Malte 17 J (Kl.11), Bordesholm

Die *Kettenbruchquersumme* einer rationalen Zahl sei die Summe der Teilnenner in ihrer regulären Kettenbruchdarstellung. Alle rationalen Zahlen im Intervall [0,1], deren

Kettenbruchquersumme kleiner gleich 2008 ist, seien der Größe nach geordnet und hintereinander aufgeschrieben.
Man zeige, dass der Bruch an der 1337-ten Stelle eine Kettenbruchquersumme hat, die kleiner als 2008 ist.

Langhof, Max Phillip (Kl.8), Wolmirstedt

Auf einem Flugzeugträger, der am Äquator stationiert ist, befinden sich Flugzeuge. Diese sind so konstruiert, dass der Treibstoff während des Fluges von einem Flugzeug zum anderen transportiert werden kann. Das geschieht ohne Zeitverzug beim Fliegen.
Es sei vorausgesetzt, dass die Flugzeuge mit konstanter Geschwindigkeit fliegen und das auch der Treibstoffverbrauch konstant ist.
Sämtliche Flugzeuge sollen zum Flugzeugträger zurückkehren, der die einzige Treibstoffvorräte enthält.

a) Alle Flugzeuge können mit einer ganzen Treibstoffladung genau die halbe Erde am Äquator entlang umfliegen. Wie viele Flugzeuge sind mindestens nötig, damit wenigstens eines von ihnen die Erde am Äquator entlang vollständig umfliegen kann?

b) Alle Flugzeuge können mit einer Treibstoffladung genau 1/2008 des Äquators entlang fliegen. Wie viele Flugzeuge sind nun mindestens nötig, damit wenigstens eines von ihnen die Erde am Äquator entlang vollständig umfliegen kann?

Lechner, Theresa 15 J (Kl.10), Dörfgles-Esbach

Fritz hat einen Würfel mit der Kantenlänge 2008, der aus Würfeln der Kantenlänge 1 aufgebaut ist. Wie viele der kleinen Würfel muss er mindestens entfernen, damit die Oberfläche und das Volumen der entstehenden Figur den gleichen Wert haben?

Lennis, Reichard 16 J (Kl.10), Helmstadt-Bargen

Bei welcher Uhrzeit auf einer Digitaluhr, die Stunden und Minuten anzeigt, leuchten die meisten Striche auf?

Liebscher, Gudrun 17 J (Kl.12), Ilmenau

Man ermittle alle natürlichen Zahlen $z = m\cdot 1000 + n$ mit m,n 0 ⌉ und $m,n \geq 1$, die folgende Eigenschaft haben:
a) $z = n\cdot(m^n-5)$
b) Der Faktor m^n-5 ist ungerade.

Lindner, Susanne 18 J (Kl.13), Chemnitz

Man ermittle alle Primzahlen p, für die die Zahl $q = p^{1000} + 2008^p$ ebenfalls eine Primzahl ist.

Löbkemann, Marian 11 J (Kl.5), Petershagen

Wie lautet meine Lieblingszahl?
Versuche die Zahl durch schlaues Denken herauszufinden.

Die Hinweise folgen:
0. Es ist eine Zahl zwischen 1 und 1.000 .
1. Die Zahl ist kleiner als 750.
2. Die Zahl ist durch 46 und 23 teilbar.
3. Die Quersumme ist höher als 3 aber tiefer als 9, doch sie ist ungerade! Es ist eine Zahl, womit das Rechnen im Mal-Bereich leicht gemacht wird! Es ist auch eine der vier einfachsten Reihen im 1x1!
4. Die Zahl hat mehr als eine Stelle.
5. Es ist eine gerade Zahl.

Loho, Georg 19 J (Kl.13), Würzburg

Hat man einen Stapel mit 2n Karten, so bestehe ein Mischvorgang darin, den Stapel in einen oberen und einen unteren Stapel mit je n Karten zu teilen und dann abwechselnd die Karten von den Stapeln von unten nach oben wieder zurückzulegen, wobei mit der untersten Karte des oberen Stapels begonnen wird.
Peter hat nun 2014 Karten. Man bestimme die Anzahl der Mischvorgänge, die er benötigt, um wieder die Ausgangsreihenfolge zu bekommen.

Na kennst du sie? Dann schreibe sie bitte hier hin ___________ .

Mangat, Patrick 18 J (Kl.12), Regensburg

Die Ecken eines 2008-Ecks seien der Reihenfolge nach mit den Zahlen von 1 bis 2008 beschriftet. (So sind die Nachbarn der Ecke mit der Zahl $1 < n < 2008$ also $n-1$ und $n+1$.) Ein Schritt bestehe darin, eine beliebige ganze Zahl auszuwählen, die man jeweils zu den Werten zweier benachbarter Ecken hinzuzählt.
Kann man nach endlich vielen solcher Schritte erreichen, dass alle Zahlen an den Ecken den gleichen Wert haben? Wenn ja, dann ist ein möglicher erreichbarer Wert anzugeben.

Manshausen, Peter & Pascal Ellenbürger & Nils Fuchs & Jonas Günther alle 12 J (Kl.6), Dormagen

Tim und Tom haben ein großes Butterbrot.
Tim isst zuerst ein Drittel des Brotes. Dann isst Toni die Hälfte des Restes. Dann isst Tim wieder die Hälfte von dem, was übrig bleibt usw.
Welche der folgenden Aussagen stimmt?

a) Tim isst mehr als Tom.
b) Tom isst mehr als Tim.
c) Tim isst gleichviel wie Tom.
d) Die Aufgabe ist nicht zu berechnen.
e) Das Brot ist am Ende weg.

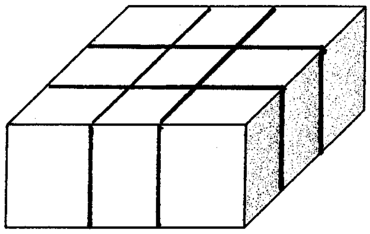
Müller, Lisa (Kl.6), Fichtenau

Finde ein oder mehrere Möglichkeiten, die Zahl 2008 als Summe von 4 Quadratzahlen darzustellen!

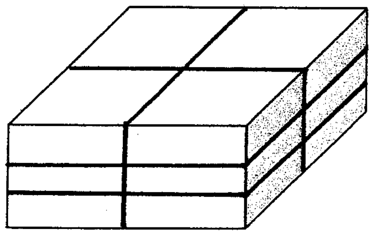
Müller, Lukas 10 J (Kl.5), Emmelshausen

Lukas kauft seinem Freund zum Geburtstag das Buch „Die drei ???“. Er steckt es in einen Karton, um es zu verpacken. Der Karton ist 25 cm breit, 32,5 cm lang und 1 dm hoch. Von seiner Mutter weiß er, dass er das Geschenkband unterschiedlich anbringen kann.

Muster A



Muster B



Nach welchem Muster verpackt er sparsamer?

Niepötter, Tim 11 J (Kl.5), Petershagen

Friedrich fragt Tim, was ihm von diesen Logikrätsel am meisten Spaß macht:
Sudoku, Mini-Sudoku, Killer, Mini-Killer, Kakuro oder Farb-Sudoku.

Tim antwortet: „Dann und nur dann, wenn ich Mini-Killer schlechter als Mini-Sudokus finde, löse ich Mini-Sudokus lieber als Sudokus.“

Friedrich: „Stimmt es, dass du Killer lieber als Mini-Sudokus löst?“
Tim: „Dann und nur dann, wenn das stimmt, finde ich Killer schlechter als Sudokus.“

Friedrich: „ Findest du Kakuros schlechter als Farb-Sudokus?“
Tim: „ Dann und nur dann, wenn das richtig ist, finde ich Farb-Sudokus schlechter als Mini-Killer.“

Friedrich: „Löst du Farb-Sudokus lieber als Sudokus?“
Tim: „Dann und nur dann, wenn das stimmt, finde ich Mini-Sudokus schlechter als Kakuros.“

Friedrich: „Findest du Mini-Killer schlechter als Sudokus?“
Tim. „Dann und nur dann, wenn das richtig ist, löse ich Farb-Sudokus lieber als Killer. Außerdem finde ich dann und nur dann, wenn ich Killer lieber als Min-Killer löse, Kakuros schlechter als Mini-Killer. Kakuros finde ich übrigens nicht am schlechtesten.“

Welches Rätsel findet Tim am besten, zweitbeste usw. ?

Neumann, Jonas & Jan Philip Zdic beide 11 J (Kl.5), Plettenberg

1→		**	2↓	7↓	6↓	13↓	14↓
3→	8→						*
15↓	16↓						
		17↓		4↓			
							5↓
9↓					****		
***	12→						
10→		11↓					

1 : 1348 + ____ = 2008
2: 1000 – 2008 + 3938 = ____
3: Tom läuft 400 m in einer Minute und muss 2008 m laufen. Wie lange braucht er? Ungefähr ____ Minuten.
4: 2008×10 – 30 = ______
5: 4020:2 – 2 = ____
6: _______ + 40 = 35.496.931
7: Ein Bauer kauft 500 kg Kartoffeln. 128 kg verkauft er. 10 kg vergräbt er. Daraus wachsen 50 kg Kartoffeln. Zum Kochen benötigt er 60 kg Kartoffeln. Wie viele kann er noch verkaufen? Es sind ____ kg.
8: +3 –(+8) + (+5) = ____
9: Eine kleine Zoohandlung hat insgesamt drei Kaninchen, fünf Schlangen und neun Vögel. Wie viele Tierbeine sind das? ____ Beine.
10: 19 + 18 – 20 + (18-3) – 5 + 3 – 9×2 = ____
11: 5×___ + 3 = 18
12: 100 + 91 – 3 = ____
13: 2.000.000 – 100.114 = ____
14: ____ + 1234 = 2468
15: 18 + 18 + 18 – 19 + 20 = ____
16: ______ – 93 = 5.800
17: 888 + ____ = 1776

Lösungszahl

*	**	***	****

Nitsche, Martin 17 J (Kl.12), Alfeld

Klaus malt Kästchen auf quadratisch kariertem Papier aus. Jedes Kästchen , das er ausmalt (außer dem ersten), grenzt dabei mit mindestens einer Seite an ein bereits ausgemaltes Kästchen. Es entsteht ein Vieleck mit einer Fläche von 2008 Kästchen. Wie groß ist die Menge aller möglichen Umfänge, die das Vieleck haben kann?
Die Richtigkeit der Lösung ist zu beweisen.

Prophet, Robert 18 J (Kl.12), Leipzig

Es sei $z = n \cdot (n^{250} + 246! - 116)$.
Man untersuche, für welche natürlichen Zahlen n die Zahl z durch 2008 teilbar ist.
Anmerkung: Die Richtigkeit des Resultats ist zu beweisen.

Reinhold, Jens 16 J (Kl.10), Bielefeld

Auf einem Tisch liegt ein Haufen aus n Erdnüssen. Zwei Spieler A und B ziehen nun abwechselnd nach folgenden Regeln, wobei A beginnt:
Wer am Zuge ist, zerlegt einen bestehenden Haufen in zwei (nicht notwendigerweise gleichgroße) Teile *oder* entfernt eine einzelne Erdnuss. Wer die letzte Erdnuss wegnimmt, ist Gewinner.
Wer kann den Sieg erzwingen, wenn
a) n = 2008
b) n = 2009 ist?

Ritter, Christian 17 J (Kl.12), Alzenau

Für welche Zahlen $n \in \mathbb{N}$ gilt, dass „2008" die letzten Ziffern von 2008^n sind?

Sauermann, Lisa 15 J (Kl.10), Dresden

Es sei $[2008]_b$ die Zahl, deren Stellenwertsystem zur Basis b > 8 die Ziffernfolge 2008 ist. Man finde die kleinste positive Zahl n, für die es ganze Zahlen $x_1, x_2, ..., x_n$ und eine ganze Zahl b > 8 gibt mit

$$x_1^2 + x_2^2 + ... + x_n^2 = [2008]_b \, .$$

Sauermann, Lisa 15 J (Kl.10), Dresden

Auf einem Blatt Kästchenpapier ist ein aus 2008 Teilquadraten bestehendes Rechteck gezeichnet. Zwei Spieler A und B spielen ein Spiel, bei dem sie abwechselnd ein Kreuz in ein vorher leeres der 2008 Teilquadrate setzen. A beginnt.
Wenn es vier Kreuze gibt, die die Ecken eines Rechtecks mit zum Ausgangsrechteck parallelen Seiten bilden, endet das Spiel. Derjenige Spieler, der das letzte Kreuz gesetzt hat, hat gewonnen.
Wer kann den Gewinn erzwingen?

Rietig, Theresa 10 J (Kl.5), Melle

Sudoku

	α		η		γ
η		β		α	
	ε		δ		α
α	δ			η	ε
		α	γ	δ	
γ	β		α		η

Marla hat ein Rätsel gelöst. Doch ihre Schwester hat einiges ausradiert. Helft ihr!
In jedem (2×3)-Kästchen, in jeder Spalte und jeder Zeile darf jedes der 6 Zeichen (α, β, γ, δ, ε und η) nur *einmal* vorkommen.

Schätzle, Verena 11 J (Kl.5), Vöhrenbach

Tim geht in den Zoo.. Auf einer Infotafel steht, dass alle Tiere zusammen 477 Jahr alt sind. Die fünf (im gleichen Jahr geborenen) Löwen sind zusammen doppelt so alt wie die drei Giraffen (ebenfalls im gleichen Jahr geboren). Mirande, die Schildkröte, ist mit 200 Jahren das älteste Tier. Die beiden Elephanten sind zusammen 46 Jahre alt, sie sind gleich alt. Die Zebraherde besteht aus 12 Tieren, die zusammen viermal so alt sind wie die drei Giraffen.
Tim ist erstaunt und beginnt zu rechnen. Hilfst du ihm dabei, indem du von jedem einzelnen Tier und von jeder Tierart zusammen das Alter bestimmst?

Schiffer, Stefan 12 J (Kl.7), Bedburg

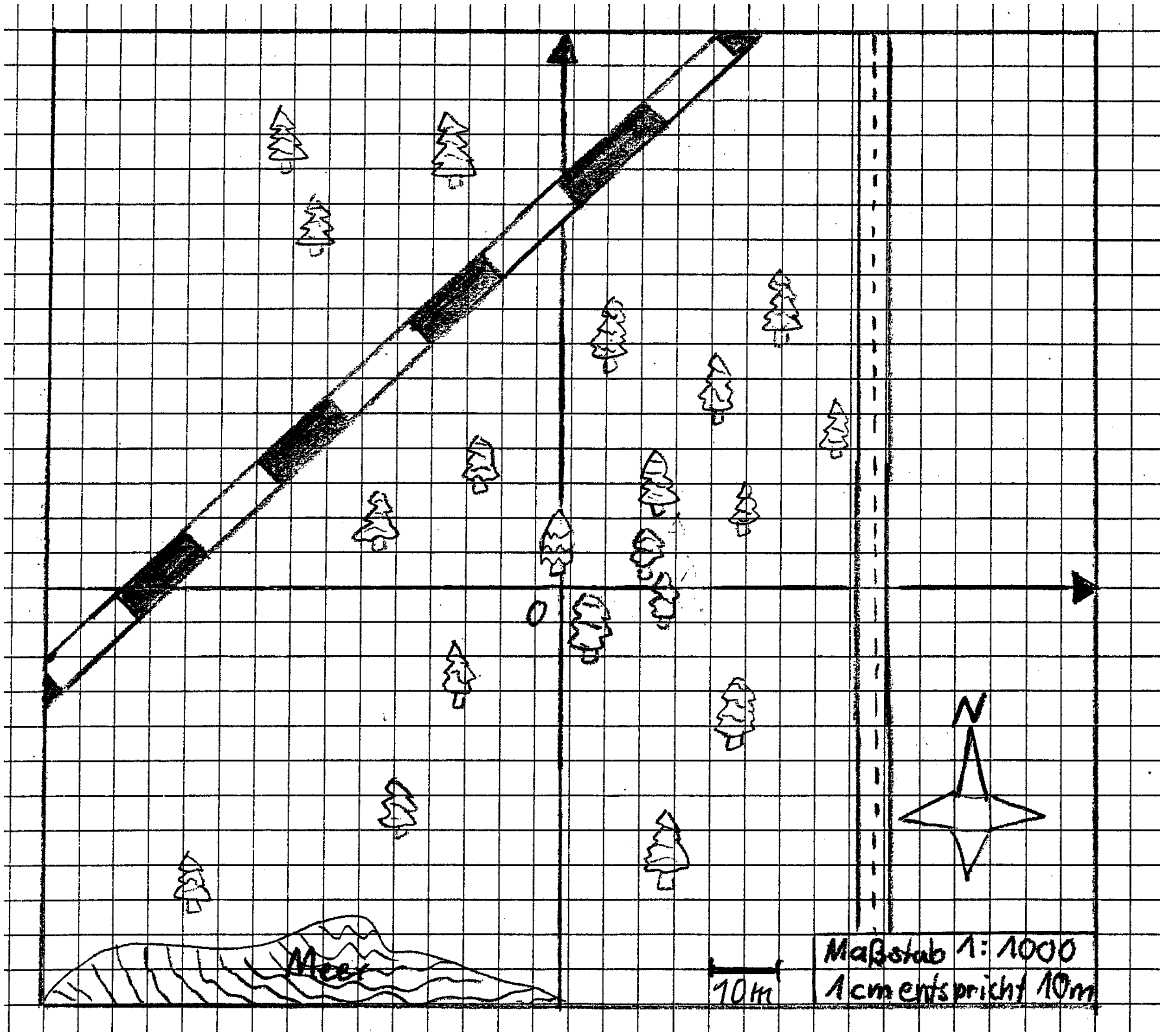
An einer Sporthochschule gibt es fünf Sportarten, die man erlernen kann. Ausgewählt werden darf nur eine Sportart der nachstehenden:

- Fußball
- Handball
- Volleyball
- Tennis und
- Hockey .

Im Jahre 2008 haben sich 2.008 Männer und 1.004 Frauen vorgestellt. Die Sekretärin beschwert sich nun darüber, dass weniger Frauen aufgenommen wurden. Es stellt sich heraus, dass dies stimmt.
Der Direktor behauptet nun, dass mit Sicherheit die Männer in zwei Sportarten klar bevorzugt wurden. Ist diese Aussage wahr oder falsch? Begründe bzw. stelle ein Gegenbeispiel dar.

Schmidt, Sandra 10 J (Kl.5), Neustadt

Schatzsuche
Ein alter Geometer hat folgende Karte und Anweisungen an seine Erben hinterlassen. Kannst du herausfinden, wo man graben muss, um den Schatz zu heben? Zeichne alle notwendigen Zwischenschritte in die Karte ein!



1. Beginne im Ursprung des Koordinatensystems.
2. Gehe zwanzig Meter nach Osten und anschließend fünfzehn Meter nach Norden.
3. Zähle die Bäume, die von dort aus im weniger als zwanzig Meter Entfernung stehen, und gehe fünfmal so viele Meter nach Osten.
4. Bewege dich nun dreißig Meter parallel zur Eisenbahnschiene in Richtung Meer.
5. Miss die Länge der Strecke, die du von dem Startpunkt entfernt bist, und gehe doppelt so weit nach Südosten.
6. Wenn du nun direkt (senkrecht) auf die Straße zusteuerst, sie überquerst und nach weiteren zehn Metern stoppst, bist du an der Stelle, wo der Schatz vergraben liegt.

Schreier, Toni 13 J (Kl.7), Dahnsdorf

Das Familienunternehmen Huber plant 2008 die Anschaffung eines Autos im Wert von 12.000 €. Dieses Auto wird für drei Jahre benötigt. Es bestehen für diesen Zeitraum drei Finanzierungsmodelle zur Wahl.
Wie viele Euro würde das Auto dem Familienbetrieb insgesamt jeweils am Ende der drei Jahre gekostet haben? Berücksichtige den Kaufpreis als auch den angestrebten Wiederverkaufspreis.

Angebot A:
Kreditkauf mit einer Anzahlung von 30 % des Kaufpreises, 36 Raten zu je 270,00 € und ein nach drei Jahren vereinbarter Wiederverkaufspreis von 5.500 €.

Angebot B:
Barkauf mit 25 % Skonto und nach drei Jahren angestrebter Wiederverkaufspreis für 5.500 €.

Angebot C:
Leasing für drei Jahre mit Zahlung von 40 % des Kaufpreises und 36 Zahlungen zu je 110,00 €.

Die Familie Huber möchte aufgrund finanzieller Engpässe im ersten Jahr möglichst wenig Geld für das Auto ausgeben.
Welches Angebot ist dann empfehlenswert?

Schröter, Tobias 14 J (Kl.8), Malterhausen

Marco, Jan und Max treffen sich in der U-Bahn. Jeder von ihnen hält sein Handy in der Hand. Jedes der drei Handy ist entweder rot, blau oder grün, wobei jede Farbe nur einmal vorkommt. Die Jungen tragen auch T-Shirts in den drei Farben. Marco trägt ein blaues, Jan ein grünes und Max ein rotes T-Shirt. Der Junge mit dem blauen Handy stellt mit Erstaunen fest, dass bei keinen von ihnen die Farbe des Handys mit der Farbe des T-Shirts übereinstimmt.
„Echt?“ fragt Jan verwundert.
Wer hat welches Handy?

Schulze, Christoph 17 J (Kl.11), Brandis

Gegeben sei ein aufgedecktes 2008×2008 Minesweeperspielfeld.
Man zeige, dass es nicht möglich ist, das Spielfeld so mit Minen zu belegen, dass in jedem Feld, welches keine Mine enthält, eine 2 steht und mindestens ein Feld ohne Mine existiert.

Anmerkung. In einem aufgedeckten Minesweeperspielfeld befindet sich in jedem Feld entweder eine Mine oder eine Zahl. Diese Zahl gibt die Anzahl der Minen an, die sich in angrenzenden Feldern (waagerecht, senkrecht oder diagonal) befinden.

Spanagel, Laura-Madeleine 11 J (Kl.6), Plankstadt

Vorgestellt wird eine Darstellung der Zahl 2008 als Summe und Produkt von Zahlen, bei den nur die 8 als Ziffer vorkommt.
Man finde eine solche Darstellung!

Stähler, Manuela 11 J (Kl.5), Bopfingen

Wie oft kommt im Jahr 2008 die Ziffer 8 beim Datum vor, wenn das Datum wie 1.01.08 geschrieben wird?

Stiewe, André-Fabian (Kl.5), Mühlheim a.d.Ruhr

Im Januar 2003 gab es genau vier Dienstage und vier Samstage! Wann fiel der 9. Januar?

Sünderhauf, Christoph (Kl.9), Leimen

Auf jedem Feld eines 2008×2008 Schachbrettes liegt ein weißer Stein.
In einem Zug wird jeder Stein nacheinander, angefangen bei dem links oben, den Zeilen entlang, bis rechts unten, von dem Brett entfernt
Sofort, nachdem so eine Lücke entstanden ist, wird sie nach folgender Regel ausgefüllt:
Die weißen Steine, die in derselben Zeile oder Spalte wie diese Lücken sind, oder die diagonal direkt neben ihr sind, werden gezählt. Ist diese Anzahl gerade, wird ein weißer Stein in die Lücke gelegt; ist sie ungerade, ein schwarzer Stein.

Werden nach endlich vielen Zügen folgende Stellungen erreicht?
a) die Anfangsstellung
b) ein vollkommen schwarzes Brett (alle Steine sind schwarz)
c) die Farben der Steine bilden ein Schachbrettmuster.

Tarnowsky, Annika 10 J (Kl.5), Leverkusen

Verena liebt Mathematik! Deshalb wartet sie auf das Jahr 2008, das Jahr der Mathematik. Sie zählt die Tage, Stunden, Minuten und sogar Sekunden bis 0:00 Uhr am Neujahrstag. Dann wird sie – genau wie viele andere auch – das Jahr 2008 mit Raketen begrüßen. Verena weiß noch gut, wann bis dahin noch 2008 Tage und 2008 Minuten vergehen mussten. Das war vor genau 2008 Stunden und 2008 Sekenuden.
Wie viel Uhr ist es und welcher Tag ist heute (TT/MM/JJJJ)?
Aber Aufgepasst! 2000 und 2004 sind Schaltjahre.

Thies, Erik 11 J (Kl.6), Wietze

Ich denke mir eine Quadratzahl. Wenn ich dann diese Zahl von ihrem Quadrat subtrahiere, das Ergebnis halbiere und die Wurzel aus der gedachten Zahl subtrahiere, so erhalte ich 2008. Welche Zahl habe ich mir gedacht?

Thomas, Alexander 15 J (Kl.9), Chemnitz

Bertha, Ina und Fritz haben riesigen Spaß daran, große Zahlen aufzuschreiben und möglichst große Teiler zu finden.
Heute lautet die Zahl: $z = (251^{251} + 88^{88})^{1000} - (251^{251} + 66^{66})^{1000}$.

Fritz behauptet, dass die Zahl durch 2008 teilbar sei.
Bertha legt eins drauf und sagt, dass z durch 4551 teilbar sei.
Ina schließlich behauptet, die Zahl sei sogar durch 6875 teilbar.
Wer hat mit seiner Aussage Recht und wer nicht?

Traub, Jan (Kl.9), Bad Urach

Gegeben sei eine Folge natürlicher Zahlen a, b, c, d, … . Dabei sollen die Zahlen jeweils Summen ihrer beiden Vorgänger sein (d.h. $c = a + b$, $d = b + c$, ...)
Für welche einstelligen Zahlen a und b nimmt eine Zahl in dieser Folge den Wert 2008 an?

Walther, Nina 11 J (Kl.6), Hemmingen

Das Buch „Meyers Jugend Lexikon“ von A-Z ist ein umfangreiches Werk geworden. Für das Drucken der Seitenzahlen des Buches wurden genau 6925 Ziffern gebraucht.
Wie viele Seiten hat das Buch?

Walther, Wibke 13 J (Kl.7), Belzig

Im Zahlendschungel von Mathland (sprich: [mæθlænd]) lebt eine Herde Tutufanten. Ich wollte wissen, aus wie vielen Tieren diese Herde besteht und fragte deshalb einen anderen Urwaldbewohner, der mir jedoch nur einige rätselhafte Angaben machen konnte:

- Die Tutufanten passen ihre Hautfarbe an die Umgebung an und nur der Rüssel ist rot.
- Weibliche Tutufanten haben vier Rüssel, männliche Tutufanten haben drei Rüssel und Tutubabies haben nur einen Rüssel.
- Von allen drei Tutuarten gibt es genau gleichviel Tiere.
- In der Herde gibt es genau 2008 Rüssel.

Wie viele Tutufanten leben in der Herde?

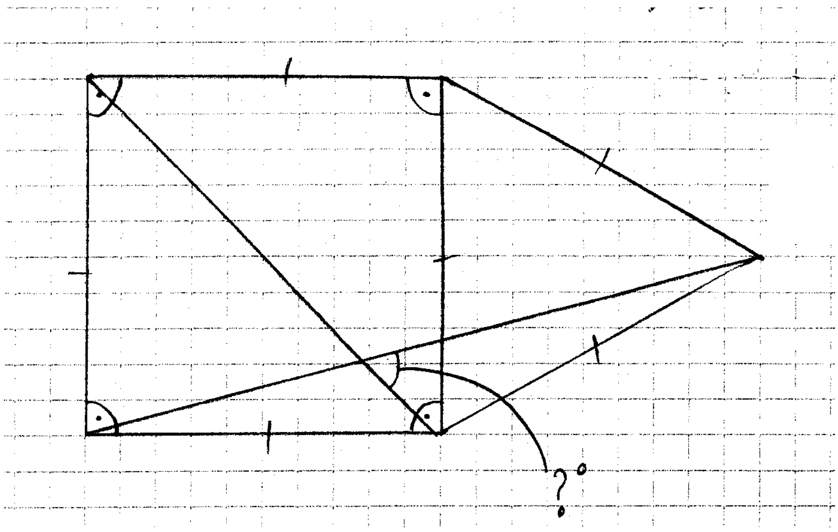
Willerts, Leif 13 J (Kl.8), Buxtehude

Ein Zug besteht darin, fünf in einer Reihe liegende Felder eines Schachbretts umzufärben, also von schwarz zu weiß und von weiß zu schwarz.
Kann man mit endlich vielen Zügen erreichen, dass alle Felder weiß sind?

Willmann, Cora (Kl.5), Furtwangen

Viele Leute der Hilfsorganisation WWF versuchen bedrohte Tierarten zu schützen. Man kann helfen, indem man eine SMS schickt, die 3 € kostet.
Fragen:
a) Wie viele Leute müssen mitmachen, wenn man 2008 Tiere retten will und man mit 2,74 € ein Tier rettet.
b) Wie viele Personen müssen eine SMS senden, wenn im Dschungel ca. 2 Millionen bedrohte Tiere leben?

Yoshikawa, Marina 12 J (Kl.7), Stuttgart



Die Längen der gekennzeichneten Strecken sind alle gleich.
Bestimme den Winkel mit dem Fragezeichen!

Zhong, Xianghui 14 J (Kl.9), Bremen

Finden Sie eine positive ganze Zahl k mit folgenden Eigenschaften :
(1) Die Quersumme von k im Dezimalsystem beträgt 2008.
(2) Die Quersumme von k^2 im Dezimalsystem beträgt 2008.